Géométrie 2

L3 Mathématiques 2020/21, TD7

Leonardo Colò

VII seance, 9 Mars 2021

Exercice 1

Exercice. Soit E un espace affine, soient $P, Q, R, S \in E$ tous distincts et soient I, J, K et L les milieux respectifs de $\{P, Q\}$, $\{Q, R\}$, $\{R, S\}$ et $\{S, P\}$. Montrer que (I, J, K, L) est un parallélogramme.

Solution.

Exercice 2

Exercice. Soit A, B deux points et f l'application qui envoie M sur le centre de gravité de $\{A, B, M\}$. Montrer que f est une homothétie dont on déterminera les invariants (éléments caractéristiques).

Solution.

Exercice 3

Exercice. Soit (A, B, C) un repère affine du plan affine. Soit M de coordonnes barycentriques (α, β, γ) dans ce repère. Soit A' le milieu de $\{B, C\}$. Soit N le symétrique de M par rapport à A' (c'est-à-dire, le point tel que A' est le milieu de $\{M, N\}$). Déterminer les coordonnées barycentriques de N dans (A, B, C).

Solution.

Exercice 4

Exercice. Montrer que f est une dilatation si et seulement si il existe α, β, γ avec $\alpha + \beta + \gamma = 1$ et $A, B \in E$ tels que pour tout $M \in E$, $f(M)$ soit le barycentre de $\{A, B, M\}$ affectés des coefficients α, β, γ.

Solution.

Exercice 5

Exercice. Soit H un plan affine rapporté à un repére affine. Montrer qu'une application

$$f : H \longrightarrow H$$

est une dilatation si et seulement si il existe $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\alpha + \beta + \gamma \neq 1$ tels que le point de coordonnées barycentriques (x, y, z) soit envoyé sur le point de coordonnées barycentriques

$$(1 - \beta - \gamma)x + \alpha(y + z), (1 - \alpha - \gamma)y + \beta(x + z), (1 - \alpha - \beta)z + \gamma(x + y)$$

Déterminer alors ses invariants (éléments caractéristiques).

Solution.