

DM 1

DM à rendre au plus tard mardi 16/02/2021

Si vous avez de commentaires/questions ou si vous trouvez des erreurs, n'hésitez pas à m'écrire :

leonardo.COLO@univ-amu.fr

Exercice 1. Soient \vec{V} et \vec{W} deux espaces vectoriels et soit $T : \vec{V} \rightarrow \vec{W}$ une application linéaire. Soit $\vec{w} \in \vec{W}$.

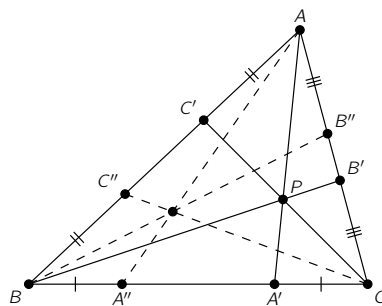
- (i) Sous quelles conditions l'ensemble $T^{-1}(\vec{w}) = \{\vec{v} \in \vec{V} \mid T(\vec{v}) = \vec{w}\}$ peut être un sous-espace affine de l'espace affine canonique V ?
- (ii) Montrer que si les conditions trouvées sont vérifiées, $T^{-1}(\vec{w})$ est effectivement un sous-espace affine.

Exercice 2. Donner un exemple de deux plans dans \mathbb{R}^4 dont l'intersection consiste en un seul point.

Exercice 3. Dans l'espace affine réel \mathbb{A}^4 soient λ la droite passant par les points $P_0 = (1, 1, 0, 0)$ et $P_1 = (0, 0, 3, 1)$ et θ_ℓ la droite qui passe par les points $Q_0 = (\ell, \ell, \ell-3, \ell-3)$ et $Q_1 = (-1, -1, \ell+3, \ell-1)$ en fonction de $\ell \in \mathbb{R}$.

- (i) Déterminer les positions respectives de λ et θ_ℓ en fonction de $\ell \in \mathbb{R}$.
- (ii) Soit Ω_ℓ l'espace affine engendré par les deux droites λ et θ_ℓ . Déterminer la dimension de Ω_ℓ en fonction de ℓ et donner un système d'équations cartésiennes qui décrit Ω_ℓ .
- (iii) Pour quelles valeurs de $\ell \in \mathbb{R}$, l'origine $O = (0, 0, 0, 0)$ appartient à Ω_ℓ ?
- (iv) On fixe $\ell = 1$. Soient Λ et Θ les plans passant par O et contenant les droites λ et θ_1 respectivement. Déterminer la dimension de $\Lambda \cap \Theta$ et donner une équation paramétrique (et un système d'équations cartésiennes) qui le décrit.

Exercice 4. Dans le plan euclidien, on se donne des points A, B, C non alignés, et P à l'intérieur du triangle ABC . On construit A', B', C' , puis A'', B'', C'' comme sur dessin ($A' = (AP) \cap (BC)$, $B' = (BP) \cap (AC)$, $C' = (CP) \cap (AB)$).



Montrer que (AA'') , (BB'') et (CC'') sont concourantes.